UNIVERSITÉ PAUL SABATIER
IUT Ponsan

GEA S4
2023 -2024

Module "Logistique", (durée 1 h)

Partiel du 15.02.2024

Documents autorisés : une feuille A4 de notes de cours, tables de la loi Normale, calculatrices.

Exercice 1 Le gérant d'un primeur s'intéresse à la demande quotidienne D de pommes Golden (en kg).

1. Dans cette question, on suppose que $D \sim \mathcal{N}(130; 10)$ Déterminer le stock S_1 (en kg) à détenir en début de journée pour éviter une rupture avec probabilité 0.9 ? Quel stock S_2 faut il, si l'on impose une probabilité 0.95 ?
2. Pour affiner ses résultats, le gérant s'intéresse à la demande quotidienne d_i en kilos de "pommes Golden" d'un client i (choisi au hasard). Il suppose que la fréquentation journalière est de $n = 90$ clients indépendants les uns des autres et que loi des d_i est identique et est donnée par :

k (en kg)	0.5	1	2	5
$\mathbb{P}(d_i = k)$	0.3	0.4	0.2	0.1

   Sous ces hypothèses, préciser le stock S_3 (en kg) à détenir chaque matin pour satisfaire la demande avec probabilité 0.95.
3. Pouvez vous expliquer l'hypothèse sur la loi de D de la question 1 ?
4. Proposez un protocole que le gérant a pu mettre en place pour obtenir la loi d_i. Détaillez.
5. Le gérant du primeur se sert auprès d'un fournisseur F qui conditionne ses pommes dans des cageots de 18 kg. F achète ses cageots 19 *euros* pièce et uniquement par douzaine. En cas de surplus de pommes, F a un coût de stockage de 10 *euros* par douzaine de cageots. Par contre, lorsqu'il n'arrive pas à satisfaire la demande d'un des 40 primeurs avec lesquels il travaille, il estime la dégradation de son image à un coût de 400 *euros* par douzaine de cageots non vendue. Un primeur a souvent des invendus d'un jour sur l'autre, et on estime ainsi à 0.65 la probabilité qu'il achéte une douzaine de cageots un matin à F.
   (a) Quel doit être le stock quotidien S_4 de F pour minimiser le coût de son entreprise ? (On exprimera S_4 en douzaine de cageots)
   (b) Précisez la probabilité de satisfaction des clients primeurs avec ce stock $S4$?
   (c) Quel devrait être le stock S_5 de F pour satisfaire ces clients avec probabilité 0.95 ? Comparez avec le stock S_4.

Exercice 2 Un grand hôtel moderne de 300 chambres pratique uniquement la réservation par internet (ainsi que le paiement). La chambre est à 80 *euros* la nuit. Un brillant étudiant de l'iut, effectuant son stage dans celui-ci, doit étudier si le *surbooking* est intéressant. On rappelle que le *surbooking* consiste à accepter davantage de réservations que de chambres disponibles. Comptant sur le désistement de certains clients, le directeur de l'hôtel (donc ici l'étudiant !) espére alors pouvoir loger toutes les personnes qui se présentent...

Après quelques rudiments de statistiques, l'étudiant estime à $p = 0,96$ la probabilité qu'un client ayant réservé se présente au comptoir. On notera N la variable aléatoire correspondant au nombre de personnes qui se présentent à l'hôtel.

1. L'étudiant accepte 310 réservations. Quelle est la loi exacte de N ? Quelle est la probabilité qu'il puisse loger toutes les personnes qui se présentent ? (On pourra faire une approximation de la loi de N.)
2. Trouvez le nombre n de réservations à accepter pour loger toutes les personnes qui se présentent avec proba $0,99$.
3. Après avoir revu ses calculs, l'étudiant accepte finalement 304 réservations. Si plus de 300 personnes se présentent au comptoir de l'hôtel, la direction rembourse le billet et offre une compensation "supplémentaire" de 150 *euros* à chaque personne lésée. Soit Z la variable aléatoire égale au nombre de personnes lésées et soit C le chiffre d'affaires de l'hôtel sur cette nuit. On admet que Z suit la loi de probabilité donnée par le tableau suivant (valeurs arrondies) :

k	0	1	2	3	4
$\mathbb{P}(Z = k)$	0,99825	0.00137	0.00032	$5.16\ 10^{-5}$	$8.4\ 10^{-6}$

   (a) Exprimez C en fonction de Z, puis en déduire $\mathbb{E}(C)$.

   (b) Comparez alors le chiffre d'affaires obtenu en ouvrant exactement 300 réservations et le chiffre d'affaires moyen obtenu en pratiquant le *surbooking*. Conclusion ?